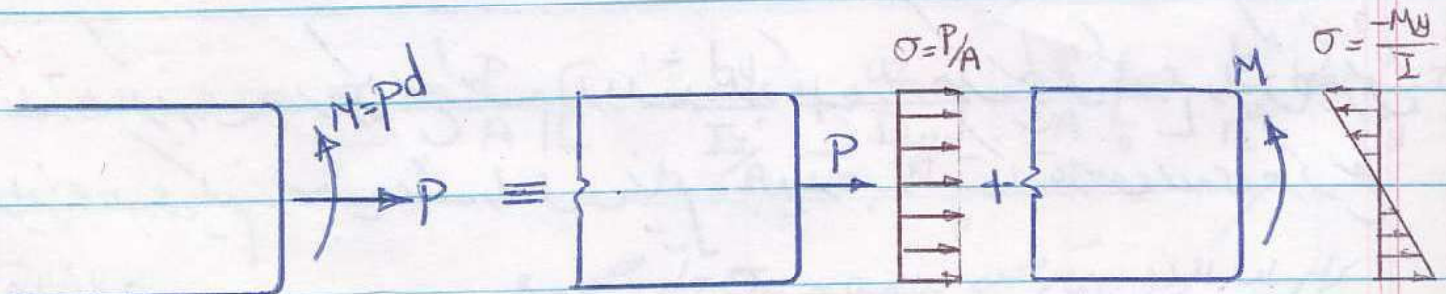
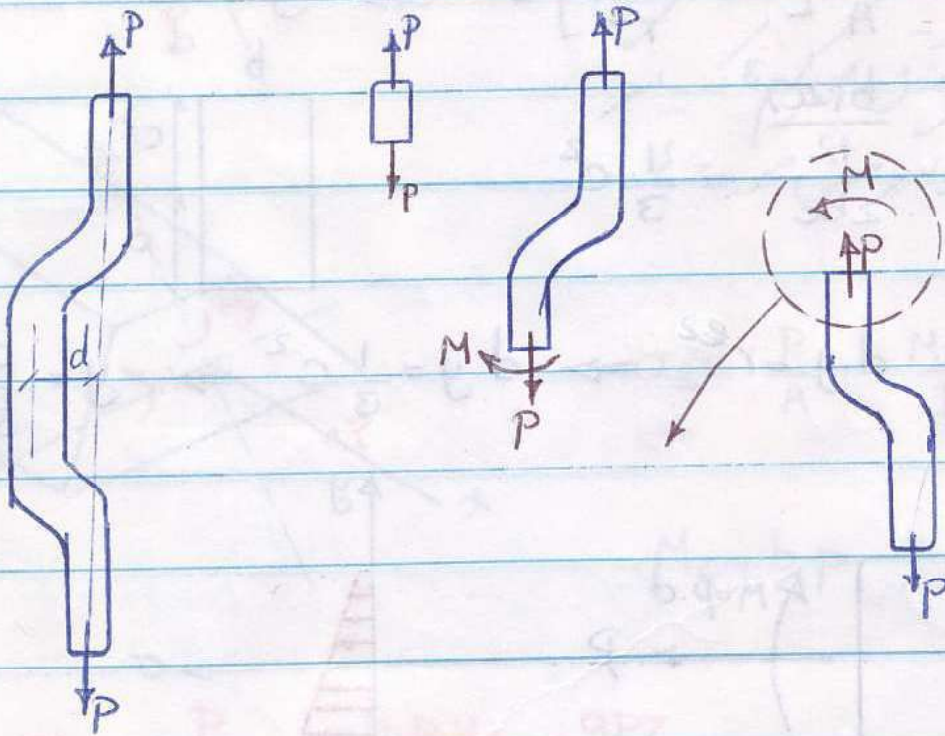


## بارندار خارج از محور

در عمل بار صحیح در مرکز مقطع وارد می شود.  
 دو نوع خروج از مرکزیت داریم: ۱۱ خروج از مرکزیت بار ۱۲ خروج از مرکزیت جفتی.

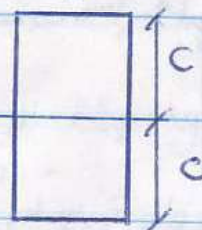


$$\sigma = \frac{P}{A} - \frac{My}{I} = \frac{P}{A} \left[ 1 - \frac{d \cdot y}{\frac{I}{A}} \right] \quad \frac{I}{A} = r^2$$

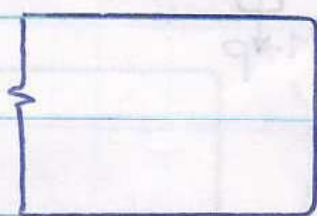
برای پیدا کردن نقطه خنثی باید  $\sigma = 0$  باشد.

$$\sigma = 0 \Rightarrow \frac{P}{A} \left[ 1 - \frac{d \cdot y}{r^2} \right] = 0 \Rightarrow y = \frac{r^2}{d}$$

$$r^2 = \frac{I}{A} = \frac{\frac{b(2c)^3}{12}}{2bc} = \frac{1}{3} c^2$$



$$\sigma = 0 \Rightarrow d \cdot y = r^2 \Rightarrow d \cdot y = \frac{1}{3} c^2 \Rightarrow y = \frac{c^2}{3d}$$



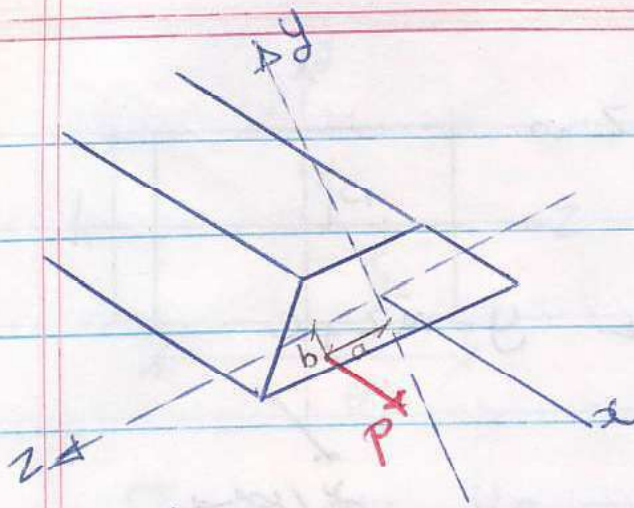
$$M = P \cdot d$$

P



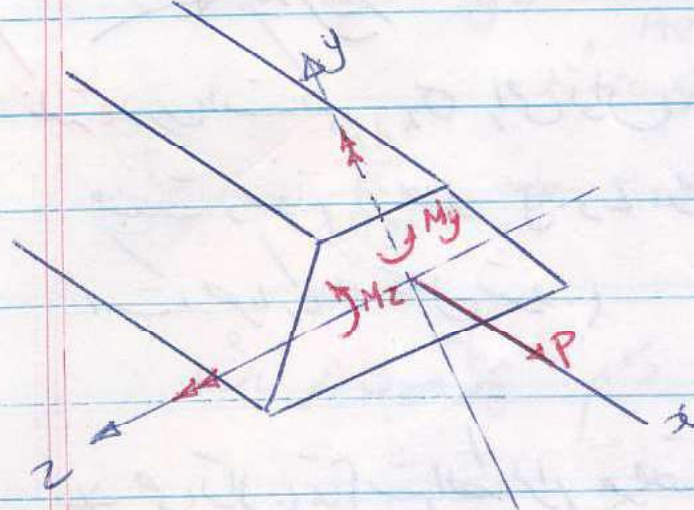
نکته ۳ اگر نیروی P بر مرکز سطح اجسام وارد نشده بود آن را به مرکز سطح می آوردیم و سنخ نظیر آن را نیز می بینیم پس سنخ اصلی می بینیم. باید توجه داشت که نقطه خنثی نیروی مرکز سطح قرار ندارد.

بارندگی خارج از محور ۸



می خواهم مقدار تنش را برای مقطع مقابل بنویسم

بار را به جزئیات منتقل می کنیم یک نیرو  
محول محور y و یک نیرو محول محور z  
در مجموع این



$$\sigma_x = \frac{P}{A} - \frac{M_z \cdot y}{I_z} + \frac{M_y \cdot z}{I_y}$$

$$M_z = b \cdot p \quad M_y = a \cdot p$$

$$\rightarrow \sigma_x = \frac{P}{A} - \frac{b \cdot p \cdot y}{I_z} + \frac{a \cdot p \cdot z}{I_y}$$

$$\rightarrow \sigma_x = \frac{P}{A} \left[ 1 - \frac{b \cdot y}{\frac{I_z}{A}} + \frac{a \cdot z}{\frac{I_y}{A}} \right] = \frac{P}{A} \left[ 1 - \frac{b}{r_z^2} \cdot y + \frac{a}{r_y^2} \cdot z \right]$$

بار بر بدنه را در این بار خاصیت باید  $\sigma_x = 0$  وارد کنیم ۸

$$\sigma_x = 0 \Rightarrow r - \frac{b}{r_z^2} y + \frac{a}{r_y^2} z = 0$$

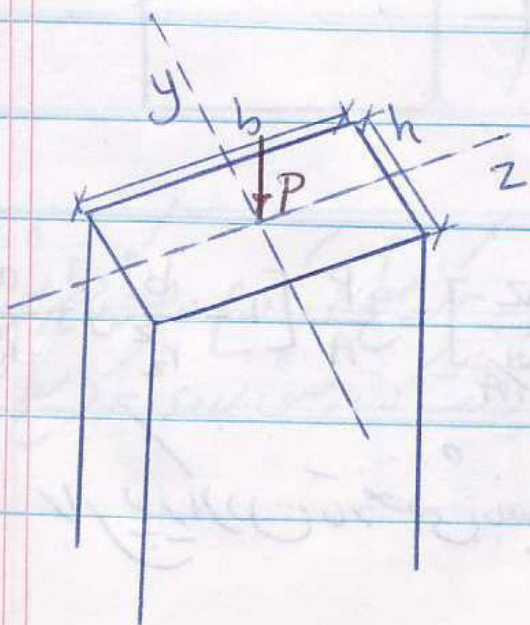
$$\Rightarrow y = \frac{a}{b} \frac{I_z}{I_y} z + \frac{r_z^2}{b} \rightarrow y = mz + c$$

میدان خطی

نکته: در حالت کلی  $\sigma_x$  را می توان به صورت زیر نوشت. در این حالت علامت  $y$  مثبت و منفی در محور  $y$  و  $z$  وجود دارد و باید لحاظ شود (اما بهترین راه این است که در محاسبه علامت کتلی شود).

$$\sigma_x = \frac{P}{A} + \frac{M_z y}{I_z} + \frac{M_y z}{I_y}$$

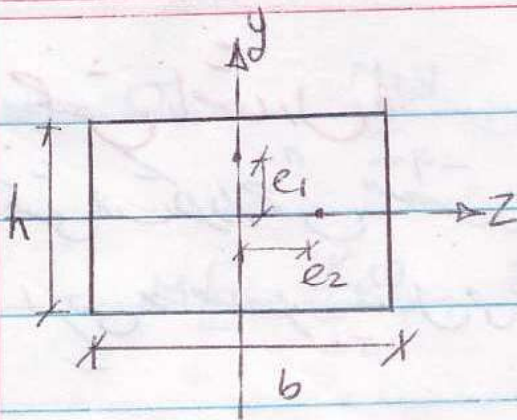
\* می توان تمام شرایط را برای مویلیت نزدیک  $P$  را بررسی نمود.



مثال: برای خروج از مرکزیت  $P$  چه باید کرد؟  
در ستون به کشش تبدیل شود؟

در این حالت تا زمانی که نیروی فشاری وارد دارد میخیزد  
صفحه کشش به بعضی مقاطع ستون در می آید و گاهی را  
قاعده می کشد. حال  $P$  را به جایی می بریم تا لبه تارن یعنی به

خزش پس زمینه



$$I = \frac{bh^3}{12}, A = bh$$

$$\sigma_z = \frac{-P}{A} - \frac{P \cdot e_1 \cdot y}{I}$$

$$\sigma_z = 0 \Rightarrow y = -\frac{I}{A e_1}$$

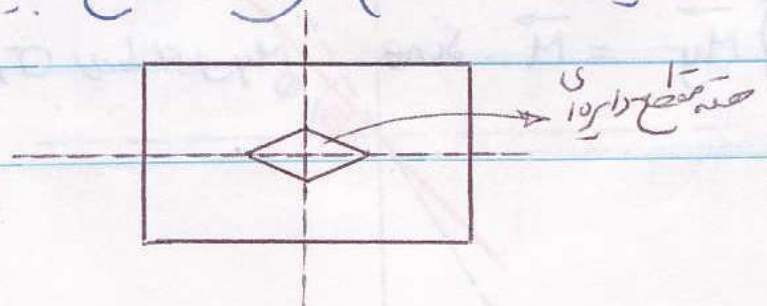
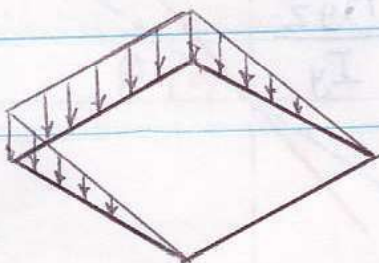
برای آنکه تیر به بیینی در مرکز نشسته باشد  $y = -h/2$

$$-h/2 = -\frac{\frac{bh^3}{12}}{bh e_1} \Rightarrow e_1 = h/6$$

برگشت به ترتیب اگر P را بر روی محور z حرکت دهیم  $e_2 = b/6$  می باشد

نکته: این محاسبه نقطه‌ای که بار محصور فشاری در آن نقاط خاوری گیرند تا مقطع در کشش نیفتد لغیر با قطر  $b/3$  و  $h/3$  است

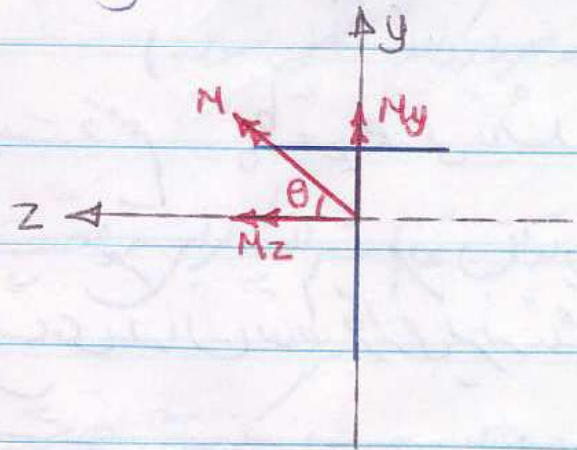
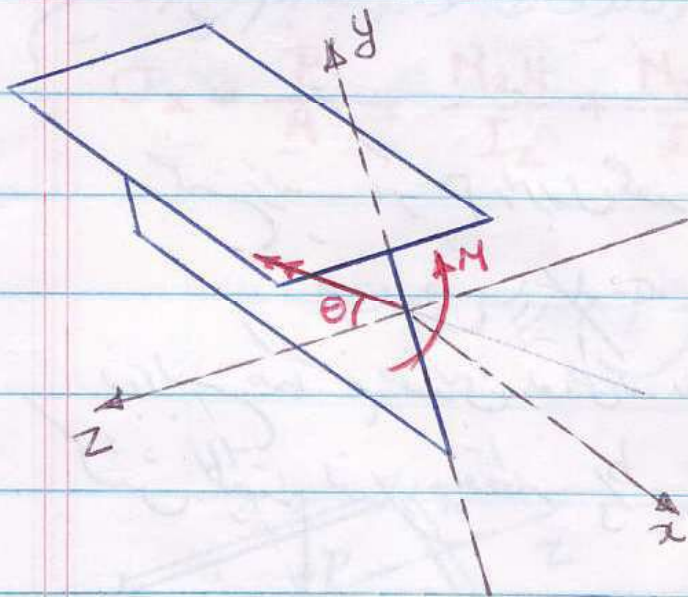
\* این محاسبه در ستون‌های پرستون مسلح بسیار مهم است در ستون به کشش نیفتد



## خمشی نامستقارم

خمشی است که در آن خمشی منطبق بر محور اصلی مقطع نباشد. (در این حالت می توان از نیروی حاصل ضرب فاصل می شود)

۱۱. محور اصلی مقطع، انتخاب می کنیم. ۱۲. بردار خمشی را بر اساس تجربه می کنیم. ۱۳. از فرمول  $\sigma = \frac{My}{I}$  برای هر دو مولفه خمشی، محاسبه می کنیم. ۱۴. با استفاده از روش جمع اعداد قواش را بدست می آوریم.



$$\begin{aligned} \vec{M}_z &= \vec{M} \cdot \cos \theta & \sigma_x \text{ بواسطه } M_z &= - \frac{M_z y}{I_z} \\ \vec{M}_y &= \vec{M} \cdot \sin \theta & \sigma_x \text{ بواسطه } M_y &= + \frac{M_y z}{I_y} \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \sigma_x = -\frac{M_z y}{I_z} + \frac{M_y z}{I_y} = -\frac{M \cos \theta y}{I_z} + \frac{M \sin \theta z}{I_y}$$

$$= M \left[ -\frac{y \cos \theta}{I_z} + \frac{z \sin \theta}{I_y} \right] \quad \sigma_x = M \left[ -\frac{y \cos \theta}{I_z} + \frac{z \sin \theta}{I_y} \right]$$

محاوره نا مختصی مقطع با قرار گرفتن  $\sigma_x = 0$  نسبت می گیریم.

$$\sigma_x = 0$$

$$\Rightarrow M \left[ -\frac{y \cos \theta}{I_z} + \frac{z \sin \theta}{I_y} \right] = 0 \Rightarrow y = \frac{I_z \tan \theta}{I_y} z$$

محاوره نا مختصی

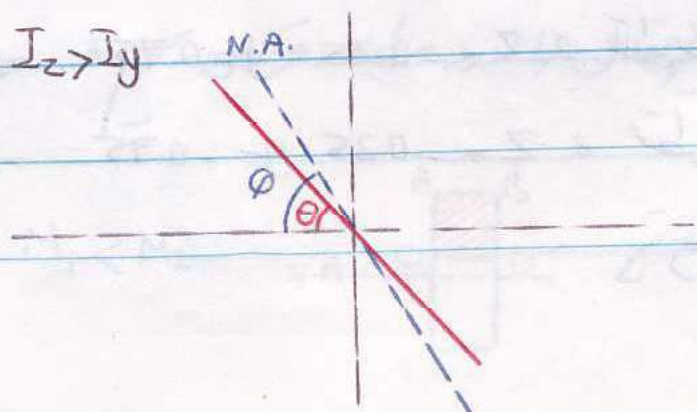
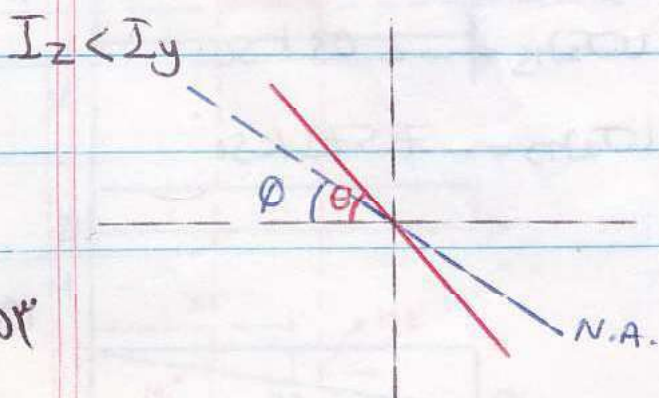
$$y = m z$$

$$\frac{I_z \tan \theta}{I_y} = m$$

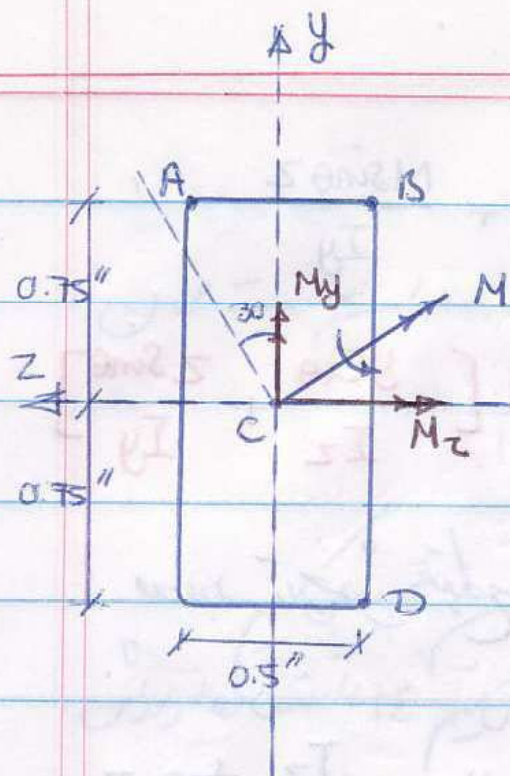
در این رابطه  $m = \tan \phi$  قرار داده است. ( $\phi$  زاویه بین محور مختصی و محور  $z$  می باشد)

$$\Rightarrow \phi = \tan^{-1} \left( \frac{I_z \tan \theta}{I_y} \right) \quad \phi = \tan^{-1} \left( \frac{I_z \tan \theta}{I_y} \right)$$

اگر  $I_z = I_y$  باشد، آنگاه محور مختصی در امتداد محاوره قرار می گیرد.



10, 16, 24, 28, 42, 49, 50, 56, 58, 60, 68, 72, 84, 88, 106, 110, 116, 123, 130  
148, 159, 168, 204



مثال و مطلوبیت مقدار تنش در نقاط A، B، C  
S.D. نیرو وارد شده مطابق شکل

$$M_z = M \cos 30 = 600 \times \cos 30 = 520 \text{ lb.in}$$

$$M_y = M \sin 30 = 600 \times \sin 30 = 300 \text{ lb.in}$$

$$I_z = \frac{0.5 \times 1.5^3}{12} = 0.1406 \text{ in}^4$$

$$I_y = \frac{1.5 \times 0.5^3}{12} = 0.01563 \text{ in}^4$$

$$\sigma_x = \frac{M_z y}{I_z} + \frac{M_y z}{I_y}$$

$$\Rightarrow \sigma_x = \frac{520 y}{0.1406} + \frac{300 z}{0.01563}$$

A در  $z = 0.25$   $y = 0.75 \Rightarrow (\sigma_x)_A = 7573 \text{ psi} = 7.573 \text{ ksi}$

$$\text{psi} = \frac{\text{lb}}{\text{in}^2}$$

B در  $z = -0.25$   $y = 0.75 \Rightarrow (\sigma_x)_B = -2.03 \text{ ksi}$

D در  $z = -0.25$   $y = -0.75 \Rightarrow (\sigma_x)_D = -7.573 \text{ ksi}$